МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШАЮЩИХ ФУНКЦИЙ ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ ОБЪЕКТОВ ПО РАДИОЛАКАЦИОННЫМ ДАННЫМ

Е.В. БУРДАНОВА [1]
А.П.ДЕНИСОВ [2]

[1] *Белгородский государственный университет*

e-mail: burdanova@bsu.edu.ru

[2] *Производственное объединение «Маяк», г. Москва*

e-mail: apd59@mail.ru.

Показан принцип построения решающего правила, методика вычисления порогового значения при использовании критерия Неймана – Пирсона. Приведены результаты вычислительного эксперимента с использованием натурных данных по определению закона распределения плотности вероятности решающей функции. Показано, что на основании физических предположений и вычислительных экспериментов решающую функцию можно считать гауссовой.

Ключевые слова: порог принятия решения, критерий, решающая функция, отношение правдоподобия.

Задачи дистанционного обнаружения наземных объектов возникают достаточно часто, например: при работе инспекций (обнаружение мест незаконной вырубки леса), при работе МЧС (спасение людей потерпевших бедствие), при охране хозяйственных объектов большой площади (электростанции, режимные объекты) и т.д. При решении таких задач часто используются радиолокационные измерения. Для повышения информативности радиолокационных измерений в настоящее время все шире применяется поляризационное зондирование. В настоящее время для обработки радиолокационной информации широко применяются цифровые методы, что обусловлено известными преимуществами этих методов по сравнению с аналоговыми. Развитие цифровых методов позволило усовершенствовать алгоритмы и способы решения задач дистанционного обнаружения неподвижных наземных объектов.

Использование принципа установления значимости различий характеристик отражений от земной поверхности, окаймляющей участок анализа на предмет обнаружения объекта, которая в пределах данного фрагмента считается однородной, и сопоставляемого отражения от участка анализа на предмет обнаружения объекта, являющегося частью этой поверхности, позволяет построить решающее правило, адекватное задачам обнаружения неподвижных объектов на земной поверхности. Описанный принцип реализуется на использовании данных полного поляризационного зондирования. При полном поляризационном зондировании, вначале излучается сигнал на одной поляризации, а отраженный от объекта принимается на два канала, ортогональные по поляризации. Затем излучается второй сигнал, ортогональный по поляризации к первому излученному, а после отражения от объекта так же принимается одновременно на два канала. В этом случаи модель отраженного сигнала представляется в виде поляризационного вектора рассеивания (ПВР) с относительными фазами [1,2]:

$$\dot{\mathbf{U}}(t) = \left(U_{11}(t)\cos(\varphi_1) + jU_{11}(t)\sin(\varphi_1),\ \ U_{21}(t),\ \ U_{12}(t),\ \ U_{22}(t)\cos(\varphi_2) + jU_{22}(t)\sin(\varphi_2)\right)^T \qquad (1)$$

где U_{11}, U_{22}, U_{21}, U_{12}- амплитуды сигнала в момент времени t, (первый индекс означает поляризацию излучаемой волны, второй индекс означает поляризацию принимаемой волны, $\varphi_1 = \varphi_{11} - \varphi_{21}$, $\varphi_2 = \varphi_{22} - \varphi_{12}$ - относительные фазы между основными и кроссовыми компонентами ПВР.

Получаемый, в результате измерений ПВР, является случайным вектором вследствие влияния на измерение множества случайных факторов (шумы приемных каналов, ошибки измерителя и т.д.) [3]. Адекватным задаче обнаружения неподвижных объектов на земной поверхности в условиях полной априорной неопределенности является набор из двух моментов распределения ПВР, а именно первый начальный (вектор математического ожидания МО) и второй центральный – в многомерном случи это ковариационная матрица или ковариационно - поляризационная матрица (КПМ).

Процедура принятия решения об отсутствии неподвижных объектов на земной поверхности состоит в проверке справедливости гипотез:

- H_0: в секторе анализа радиоизображения объекты отсутствуют (поверхность однородна);
- Если радиолокационные данные противоречат этой гипотезе, то она отвергается, т.е. принимается решение о наличии объекта, нарушающего однородность отражений. Это ситуация соответствует справедливости гипотезы H_1.

В рамках теории статистических решений все виды решающих правил основаны на формировании отношения правдоподобия L и сравнении его с определенным порогом C, значение которого определяется выбранным критерием качества [4].

$$\mathbf{L} = \frac{W_1(U_{1n})}{W_0(U_{0n})}\begin{cases} >= C \text{ при справедливости гипотезы } H_1 \\ < \quad C \text{ при справедливости гипотезы } H_0 \end{cases} \qquad (2)$$

где $W_0(U_{on})$, $W_1(U_{1n})$ -плотности вероятностей выборочных значений случайных величин соответствующих гипотезам H_0 и H_1 соответственно, C – порог принятия решения. Вследствие неизвестности $W_0(U_{on})$ и $W_1(U_{1n})$ в решающую функцию подставляются не сами плотности вероятностей выборочных значений случайных величин, а их оценки, поэтому в решающей функции с порогом C сравнивается не само отношение правдоподобия, а его оценка.

Функцию плотности вероятности ПВР можно предположить гауссовой. Это допущение оправдано при условии, что на наблюдения влияет большое число независимых случайных факторов, причем каждый из них по отдельности оказывает лишь малое воздействие. Данное утверждение справедливо, когда длина волны существенно меньше размеров обнаруживаемых объектов. Такие случаи характерны для радиолокационных систем, работающих в сантиметровом и дециметровом диапазоне волн, а в качестве обнаруживаемых объектов выступают автомобили, строения и т.д. При этом, разрешаемый объем РЛС больше геометрических размеров объектов.

Свойство нормальности ПВР сильно упрощает вид решающей функции, так как решающая функция оказывается линейной комбинацией наблюдений, следовательно, закон распределения ПВР при справедливости гипотез H_0 (наличие только земной поверхности) и H_1 (наличие земной поверхности и объекта) можно записать в виде:

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left|\dot{\mathbf{M}}_0\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \dot{\vec{\mathbf{m}}}_0)^{T*}\left(\dot{\mathbf{M}}_0\right)^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \dot{\vec{\mathbf{m}}}_0)\right\}, \qquad (3)$$

$$W_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left|\dot{\mathbf{M}}_1\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \dot{\vec{\mathbf{m}}}_1)^{T*}\left(\dot{\mathbf{M}}_1\right)^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{H} - \dot{\vec{\mathbf{m}}}_1)\right\}, \qquad (4)$$

где: $\dot{\mathbf{M}}_0$ - КПМ земной поверхности, окаймляющей участок анализа на предмет обнаружения объекта, $\dot{\mathbf{M}}_1$ - КПМ участка анализа на предмет обнаружения объекта, $\dot{\vec{\mathbf{m}}}_0$ - вектор МО для выборок по земной поверхности, окаймляющих участок анализа на предмет обнаружения объекта земной поверхности, $\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1$ - вектор МО для выборок по участкам анализа на предмет обнаружения объекта.

При однопозиционных системах с поляризационной обработкой информации необходимо учитывать вырожденность КПМ, обусловленную равенством двух элементов ПВР ($U_{21} = U_{12}$). Для преодоления вырожденности КПМ используем метод главных компонент. Определив все собственные числа λ_r и нормированные собственные векторы $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_r$ матрицы $\dot{\mathbf{M}}$, отбросив собственный вектор $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_4$, соответствующий наименьшему λ_4, составим матрицу пересчета $\dot{\mathbf{B}}$. Применяя преобразование $\dot{\vec{\mathbf{y}}} = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}\dot{\vec{\mathbf{U}}}$, получим ПВР $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$, КПМ которого будет не вырожденной. Соответственно первый начальный и второй центральный моменты распределения ПВР будет определяться из выражения:

$$\dot{\mathbf{?}}_0 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}\dot{\vec{\mathbf{m}}}_0,\ \dot{\mathbf{?}}_1 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1,\ \dot{\mathbf{T}}_0 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}\dot{\mathbf{M}}_0\dot{\mathbf{B}},\ \dot{\mathbf{T}}_1 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}\dot{\mathbf{M}}_1\dot{\mathbf{B}} \tag{5}$$

Логарифм отношения правдоподобия для дискретной выборки $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$ объема N имеет вид:

$$\mathrm{L} = \frac{1}{2}\ln\frac{\det\dot{\mathbf{T}}_1}{\det\dot{\mathbf{T}}_0} + \frac{1}{2N}\cdot\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\left(\left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}}_0\right)^{*\mathrm{T}}\cdot\dot{\mathbf{T}}_0^{-1}\cdot\left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}}_0\right) - \left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}}_1\right)^{*\mathrm{T}}\cdot\dot{\mathbf{T}}_1^{-1}\cdot\left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}}_1\right)\right), \tag{6}$$

где:, $\dot{\mathbf{?}}_0, \dot{\mathbf{?}}_1$ – оценки вектора математического ожидания многомерной входной выборки для гипотез H_0 и H_1 соответственно; $\dot{\mathbf{T}}_0, \dot{\mathbf{T}}_1$ – оценки ковариационных матриц многомерной входной выборки для гипотез H_0 и H_1 соответственно, *T – знак комплексного сопряжения и транспонирования.

Решение о наличии объекта на фоне земной поверхности (гипотеза H_1) принимается при превышении значением отношения правдоподобия порога С. Выбор порога осуществляется с применением критерия Неймана – Пирсона. В случае применения этого критерия, порог принятия решения определяется таким образом, чтобы вероятность ошибки первого рода F (вероятность ложной тревоги) была не больше заданного значения β_0 [5].

$$F = \int_c^{\infty} W(L/H_0)dL \le \beta_0 \tag{7}$$

где $W(L/H_0)$ - плотность распределения отношения правдоподобия L при условии, что контрольная выборка соответствует гипотезе H_0.

Для нахождения значения порога принятия решения, применительно для рассматриваемого случая можно воспользоваться следующей методикой. Из (6) находим достаточную статистику:

$$\eta = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}}(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}})^{*\mathrm{T}}(\dot{\mathbf{T}}_0^{-1} - \dot{\mathbf{T}}_1^{-1})(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}})\,. \tag{8}$$

Поскольку процедура проверки гипотез сводится к сравнению отношения правдоподобия с порогом С, то при превышении порога принимается решение о наличии в принимаемой выборке сигнала отраженного от объекта.

$$\eta = 2\ln\mathrm{C}/\left[\frac{\det\dot{\mathbf{T}}_0}{\det\dot{\mathbf{T}}_1}\right]^{\frac{\mathrm{N}}{2}}. \tag{9}$$

Для оценки величины порога необходимо вычислить значения параметров распределения решающей статистики η. Таким образом, задача сводится к расчету среднего значения $\mathrm{m}_\eta = <\eta>$ и дисперсии $<\eta^2 - \mathrm{m}_\eta^2>$ статистики η для гипотез H_0 и H_1. Для решения этой задачи выделим из (6) одно из статистических независимых слагаемых и обозначим:

$$\eta_i = (\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}})^{*\mathrm{T}}\dot{\mathbf{Z}}\ (\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\mathbf{?}})\,, \tag{10}$$

где

$$\dot{\mathbf{Z}} = \dot{\mathbf{T}}_0^{-1} - \dot{\mathbf{T}}_1^{-1}. \tag{11}$$

Вычислив характеристическую функцию, получим

$$\mathrm{Q}_i(\vartheta) = \left|\mathbf{I} - \mathrm{j}2\vartheta\dot{\mathbf{T}}\dot{\mathbf{Z}}\right|^{-\frac{1}{2}}, \tag{12}$$

где: I – единичная матрица; $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}_0$, $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}_1$ для гипотез H_0 и H_1, характеристическая функция принимает вид:

$$Q_0(\vartheta) = \left|\mathbf{I} - j2\vartheta(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_0\dot{\mathbf{T}}_1^{-1})\right|^{-\frac{N}{2}}, \tag{13}$$

$$Q_1(\vartheta) = \left|\mathbf{I} - j2\vartheta(\dot{\mathbf{T}}_1\dot{\mathbf{T}}_0^{-1} - \mathbf{I})\right|^{-\frac{N}{2}}. \tag{14}$$

Путем дифференцирования (13), (14) найдем среднее значение статистики η для обеих проверяемых гипотез

$$m_{\eta 0} = N\,Sp(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_0\dot{\mathbf{T}}_1^{-1}),\ m_{\eta 1} = N\,Sp(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_1\dot{\mathbf{T}}_0^{-1}),\ \sigma_{\eta 0}^2 = 2N\,Sp(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_0\dot{\mathbf{T}}_1^{-1})^2,\ \sigma_{\eta 1}^2 = 2N\,Sp(\mathbf{I} - \dot{\mathbf{T}}_1\dot{\mathbf{T}}_0^{-1})^2. \tag{15}$$

Величина порога C является решением трансцендентного уравнения

$$F = 1 - \Phi\left(\frac{C - m_{\eta 0}}{\sigma_{\eta 0}}\right), \tag{16}$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\int_{-\infty}^{x} \exp^{-t^2/2} dt$ - интеграл вероятности.

При этом, вероятность правильного принятия решения равна:

$$D = 1 - \Phi\left(\frac{C - m_{\eta 1}}{\sigma_{\eta 1}}\right). \tag{17}$$

Обозначим через $\xi_\alpha - \alpha$ - процентную точку отклонения (квантиль) гауссова распределения вероятностей D и F и определим порог принятия решения:

$$C = \xi_{1-F}\sigma_{\eta 0} + m_{\eta 0}, \tag{18}$$

где ξ_{1-F} - квантиль нормального распределения для заданной вероятности F.

Для оценки адекватности выбранного подхода принятия решения были проведены вычислительные эксперименты на основе натурных данных по определению закона распределения плотности вероятности решающей функции. При проведении эксперимента были построены гистограммы решающей функции и график расчетного значения вероятностей на основе гауссова распределения (рис. 1), значение порога вычислялось, по приведенной выше методике, при заданной вероятности ошибки первого рода 10^{-4}.

Таким образом, анализ рис. 1 показал, что расчетное значение вероятностей на основе гауссова распределения (сплошная линия) и построенные на основе вычислительных экспериментов, с использованием натурных данных, гистограммы близки друг к другу.

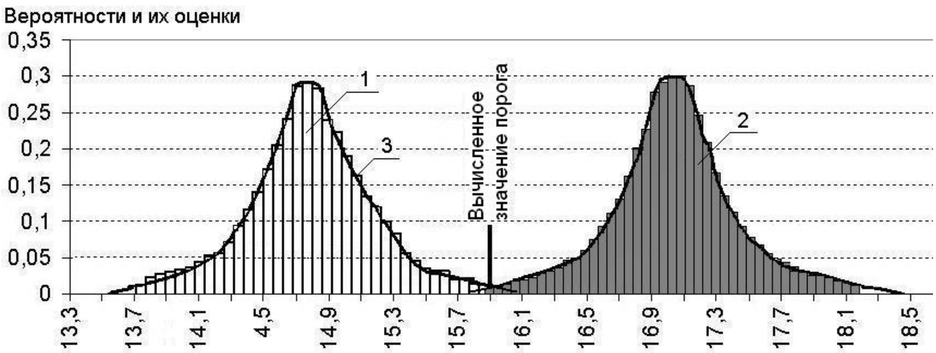

Рис. 1. Гистограмма решающей функции (1 – при гипотезе H_0, 2 – при гипотезе H_1, 3 –расчетное значение вероятностей на основе гауссова распределения)

Выводы

1. На основании физических предположений и вычислительных экспериментов с использованием натурных данных решающую функцию можно считать гауссовой.

2. При определении плотности вероятности распределения ПВР и построении решающего правила, в случае однопозиционной локации, необходимо учитывать вырожденность ковариационно-поляризационных матриц, входящих в решающую функцию.

Литература

1. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе использования векторов рассеяния целей [Текст] // 2-е изд. – СПб.:Наука, 2005. – С. 295.
2. Канарейкин, Д.Б. Поляризация радиолокационных сигналов. [Текст] / Д.Б. Канарейкин, Н.Ф. Павлов, В.А. Потехин Под ред. В.Е. Дулевича. – М.: Сов. радио, 1966. – С. 440.
3. Фукунага, К. Введение в статистическую теорию распознавания образов [Текст]/ К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – С. 387.
4. Бурданова, Е.В. Использование статистических моделей для оценок характеристик радиолокационных систем с поляризационной обработкой информации при принятии решения о наличии объектов на фоне подстилающей поверхности [Текст] / Е.В. Бурданова, А.П. Денисов, Е.Г. Жиляков, И.И. Олейник // Информационные технологии моделирования и управления. №6(40). – Воронеж, 2007. – С. 656-662.
5. Левин, Б.Р.Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Б.Р. Левин - Кн. 2. –М.: Сов. радио, 1974. – С. 398.

ESTIMATE OF A PROBABILITY DENSITY OF DECISION FUNCTION AND SELECT OF A THRESHOLD OF DECISION-MAKING ON PRESENCE OF LAND OBJECTS IN RADAR-TRACKING SYSTEMS WITH POLARIZABLE INFORMATION PROCESSING

E.V. BURDANOVA [1]
A.P.DENESOV [2]

[1] ***Belgorod State University***

e-mail: burdanova@bsu.edu.ru

[2] ***Производственное объединение «Маяк», г. Москва***

e-mail: apd59@mail.ru.

The principle of build-up of the inference engine, procedure of evaluation of threshold value is shown at usage of measure of Neumann – Pirsona. Effects of computing experiment with usage of full-scale data by definition of a distribution law of a probability density of decision function are given. It is shown, that on the basis of physical guesses and computing experiments it is possible to consider decision function Gaussian.

Keywords: a decision-making threshold, measure, decision function, the probability ratio.